

Modulprüfung Mathematik 2

Vorname	Name	Matrikel-Nr.

Studiengang	Semesterzahl

Allgemeine Hinweise:

- Die Bearbeitungszeit beträgt 70 Minuten.
- Als Hilfsmittel sind 4 Blätter mit eigenen Aufzeichnungen erlaubt. Weitere Hilfsmittel sind nicht zulässig; insbesondere ist die Verwendung eines Taschenrechners, eines Smartphones oder anderer elektronischer Geräte nicht gestattet.
- Füllen Sie den oberen Teil dieses Deckblatts aus. Sie erhalten anschließend zwei Aufgabenblätter. Geben Sie die Lösung zu Aufgabe 1 direkt auf dem ersten Aufgabenblatt an. Bei Aufgabe 1 werden **ausschließlich** die auf dem Aufgabenblatt notierten Endergebnisse bewertet. Die Lösungen zu den Aufgaben 2 bis 6 sind auf einseitig zu beschreibenden eigenen DIN A4-Blättern anzufertigen. Der vollständige Lösungsweg zu den Aufgaben 2 bis 6 einschließlich eventueller Nebenrechnungen ist schriftlich festzuhalten, die bloße Angabe des Ergebnisses zählt nicht als Lösung.
- Für jede der Aufgaben 2 bis 6 ist ein neues Blatt anzufangen. Kennzeichnen Sie alle Blätter einschließlich der Aufgabenblätter mit Ihrem Namen. Nummerieren Sie die Blätter fortlaufend durch. Schreiben Sie weder in Rot noch mit Bleistift.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!!

HA	Aufg. 1	Aufg. 2	Aufg. 3	Aufg. 4	Aufg. 5	Aufg. 6	Summe	Note

Vorname und Name:

Modulprüfung Mathematik 2

Aufgabe 1

(a) Bestimmen Sie die fehlenden Zahlen und vereinfachen Sie das Ergebnis soweit wie möglich.

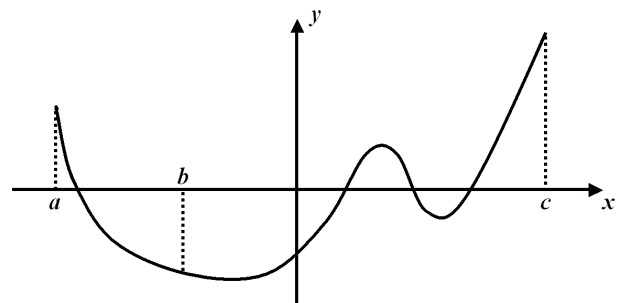
z	$ z $	$\varphi = \arg(z)$	z^3
$\sqrt{2} - \sqrt{2} j$			
		$\frac{\pi}{3}$	-8

(b) D sei eine reelle 2×2 Matrix, deren zugehörige lineare Abbildung $f(x) = D \cdot x$ eine Drehung um den Winkel φ beschreibt. Für den Drehwinkel gelte $0 < \varphi < \pi$. Welche der folgenden Aussagen sind wahr? (Eine oder mehrere Antworten ankreuzen)

- ☐ D hat den Eigenwert 0.
- ☐ D hat den Eigenwert 1.
- ☐ D hat keinen reellen Eigenwert.
- ☐ Der Rang von D ist gleich 2.
- ☐ D ist eine orthogonale Matrix.
- ☐ D ist eine symmetrische Matrix.

(c) Gegeben ist der Graph einer Funktion f . Welche der folgenden Aussagen über das Integral der Funktion f sind wahr? (Eine oder mehrere Antworten ankreuzen)

- ☐ $\int_a^b c f(x) dx = c(b - a)$
- ☐ $\int_c^0 f(x) dx > 0$
- ☐ $\int_a^0 f(x) dx < 0$
- ☐ $\int_a^b f(x) dx < \int_b^0 f(x) dx$
- ☐ $\int_b^0 f(x) dx + \int_0^c f(x) dx = \int_b^c f(x) dx$
- ☐ $h(x) := \int_b^x f(t) dt$ ist streng monoton steigend auf $[b, 0]$.



Vorname und Name:

Aufgabe 2 Berechnen Sie die bestimmten Integrale:

(a) $\int_1^4 \frac{x^2}{\sqrt{x}} dx$ (b) $\int_1^e x \ln(x) dx$

Hinweis: Lösen Sie (b) durch partielle Integration.

Aufgabe 3 Gegeben sei eine inhomogene Differentialgleichung:

$$(DGL) \quad y(x) = x^2 - y''(x)$$

- (a) Formen Sie die DGL in die Standard-Form um und geben Sie die Störfunktion an.
- (b) Berechnen Sie die allgemeine *reelle* Lösung der zugehörigen homogenen DGL. *Hinweis:* Bestimmen Sie in einem ersten Schritt die *komplexen* Lösungen der charakteristischen Gleichung.
- (c) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen DGL.
- (d) Wie verhält sich $y(x)$ für x gegen unendlich? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4 Gegeben sei ein Vektorfeld

$$\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} F_1(x, y, z) \\ F_2(x, y, z) \\ F_3(x, y, z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y \\ y + z \\ z + x \end{pmatrix}$$

- (a) Berechnen Sie $\text{grad } F_2$.
- (b) Berechnen Sie $\text{rot } \vec{F}$.

Aufgabe 5 Sei $a \in \mathbb{R}$ ein Parameter und A die folgende reelle Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2a \\ a & -a \end{pmatrix}$$

Für welche $a \in \mathbb{R}$ ist A eine reguläre Matrix? Bestimmen Sie alle $a \in \mathbb{R}$ mit dieser Eigenschaft.

Aufgabe 6 Zeigen Sie, dass die reelle Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

nur einen reellen Eigenwert besitzt und bestimmen Sie den Eigenraum zu diesem Eigenwert.